



Algorithmes génétiques et optimisation d'allocation d'actifs

Aspects techniques et mise en œuvre

Juin 2015

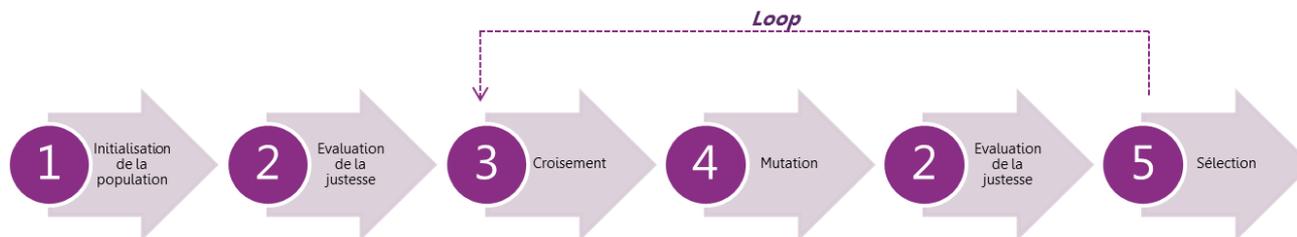


Optimisation d'une allocation d'actifs par algorithme génétique

- L'intégration d'un critère d'optimisation supplémentaire (non linéaire) lié aux exigences de fonds propres sous Solvabilité 2 accroît de façon considérable la complexité et le temps de résolution d'un problème d'optimisation d'actif, notamment lorsque le SCR est considéré comme objectif et pas uniquement une contrainte dans le programme d'optimisation.
- Les **algorithmes génétiques** sont des algorithmes basés sur des **méthodes approchées** particulièrement adaptés à ce type de problème. Dans le cadre de notre étude, nous utiliserons l'**algorithme génétique élitiste et non dominé évolué (NSGA-2)** qui permet une plus grande exhaustivité dans la recherche de solutions optimales tout en préservant une complexité calculatoire acceptable.

Algorithmes génétiques

- Les **algorithmes génétiques** sont des **algorithmes d'optimisation numérique** qui s'inspirent des principes de la **théorie de l'évolution darwinienne** pour construire l'évolution d'un ensemble de solutions possibles avec des phases de **reproduction, de mutation et de sélection**.
- Les algorithmes génétiques ont connu plusieurs développements ces vingt dernières années. Leur intérêt réside principalement en leur **capacité à trouver plusieurs solutions Pareto-optimales (front de Pareto)** en une seule simulation du programme. Par ailleurs, le développement de **procédés élitistes** combinés à ce type d'algorithme permet d'obtenir une performance de calcul élevée et d'éviter la perte de bonnes solutions pendant les différentes phases d'évolution.



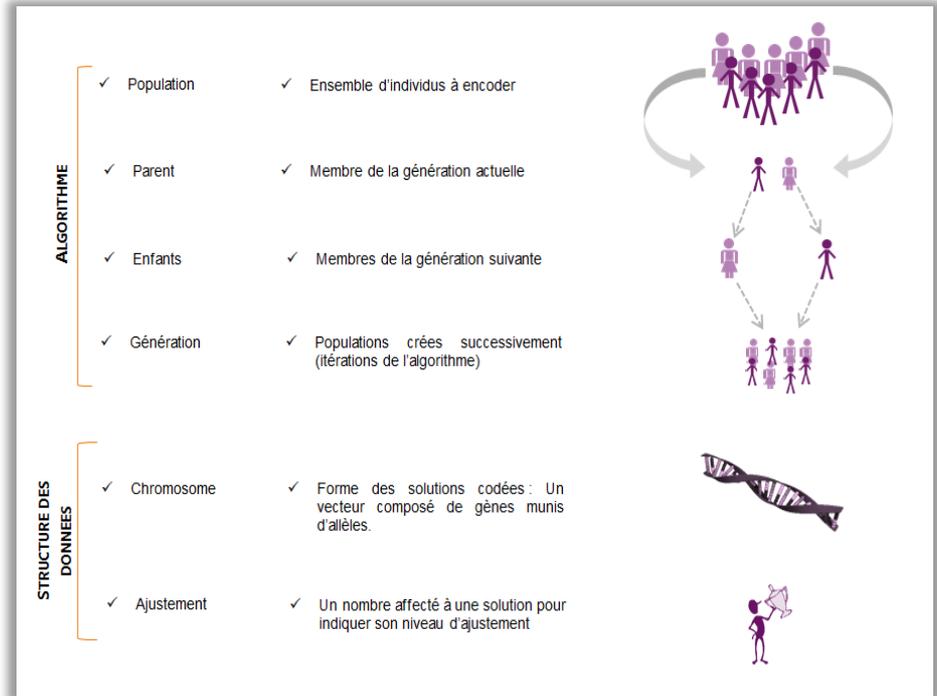
■ Les algorithmes génétiques sont des **algorithmes évolutionnaires** dont les principes de bases sont les suivants :

▶ Un **individu** est une solution encodée au problème. Il correspond à un génotype biologique qui définit un organisme individuel quand celui-ci est exprimé dans un phénotype.

▶ Un **phénotype** est composé d'un ou plusieurs chromosomes qui sont à leur tour composés de gènes qui prennent certaines valeurs (allèles) à partir d'un alphabet génétique.

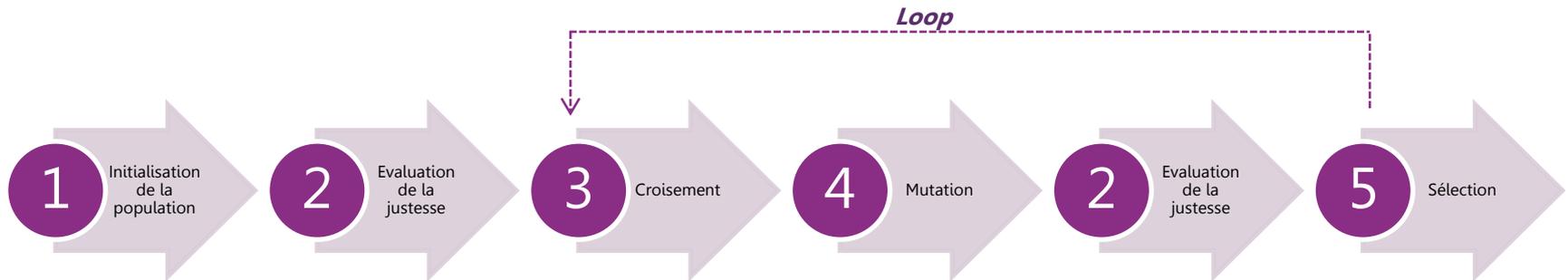
▶ Un **locus** sert à identifier la position du gène dans le chromosome. Ainsi, chaque individu s'exprime en plusieurs paramètres utilisés comme input dans la fonction considérée.

▶ Un ensemble d'individus est appelé **population**.



| Processus biologique | Optimisation | Allocation d'actifs |
|----------------------|------------------------------------|---|
| Milieu naturel | Espace de recherche | Ensemble des allocations possibles |
| Population | Ensemble des points évalués | Ensemble d'allocations testées |
| Individu | Point testé | Allocation testée |
| <i>Fitness</i> | Évaluation du point testé | Valeur de la fonction objectif associée à l'allocation testée |
| Gène | Coordonnée d'un point | Classe d'actifs |
| Allèle | Valeur d'une coordonnée d'un point | Proportion de l'allocation allouée à une classe d'actifs |
| Génération | Itération de l'algorithme | - |

- Comme on pourrait l'observer dans l'environnement naturel, les opérateurs d'évolution interviennent sur une population d'un algorithme évolutionnaire pour générer des solutions de plus en plus ajustées. Les trois opérateurs les plus importants associés aux algorithmes génétiques sont les opérateurs de mutation, croisement et sélection.



- Le schéma ci-dessus représente la décomposition séquentielle d'un algorithme génétique classique. Lorsqu'on se place dans le cadre d'un algorithme multiobjectif, la décomposition est similaire sauf pour l'étape 2 où l'évaluation de la justesse (fitness) implique dans ce cas l'ajustement d'un vecteur de k fonctions au lieu d'une seule fonction d'ajustement.

Les algorithmes génétiques

Une solution algorithmique pour les problèmes d'optimisation multiobjectifs

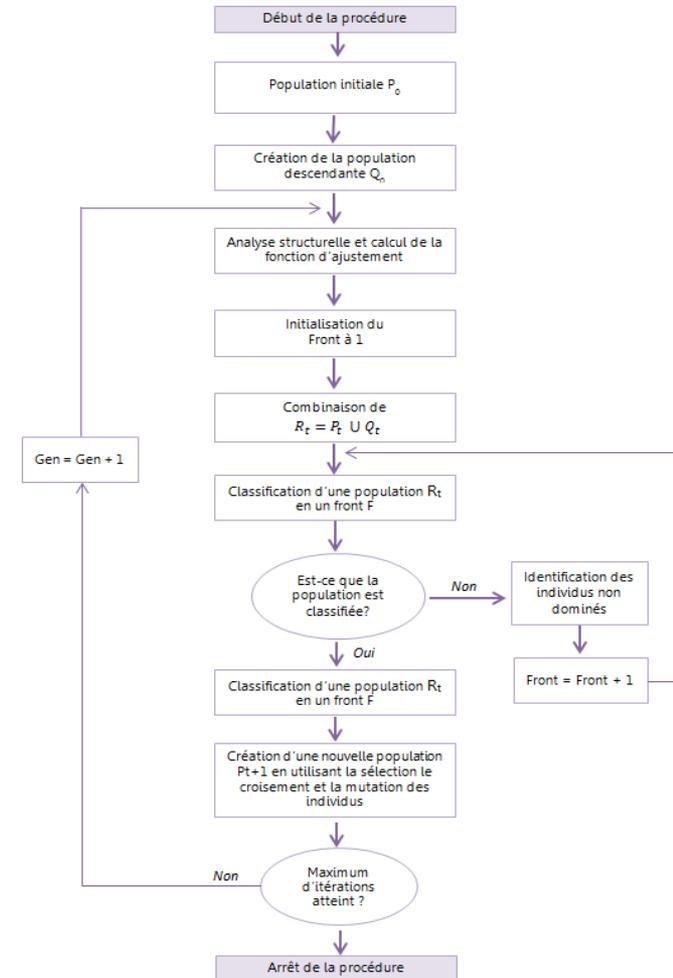
- Les méthodes classiques d'optimisation proposent de transformer le problème d'optimisation multiobjectifs en un problème d'optimisation à un seul objectif en se concentrant sur une seule solution pareto-optimale à la fois. Quand cette méthode est utilisée pour trouver plusieurs solutions, il est nécessaire alors de l'appliquer plusieurs fois pour trouver une solution optimale. L'intérêt des algorithmes génétiques réside en leur capacité à trouver plusieurs solutions Pareto-optimales en une seule exécution du programme. Ils ont, par ailleurs, l'avantage de s'adapter à des problèmes multicritères et à la réalisation de recherches de valeurs optimales selon plusieurs objectifs simultanés.
- Ces algorithmes ont fait l'objet de plusieurs travaux académiques et applications à différents domaines, dont la finance et la gestion de portefeuille. Ainsi, une des applications de référence pour l'optimisation de portefeuille est celle de Vadarajan et al. [1997] qui utilise un algorithme génétique à classement non-dominé (NSGA – Non Dominated Sorting Algorithm) pour réaliser une optimisation de portefeuille en maximisant le rendement et minimisant le risque dans un premier temps puis en incluant également une minimisation des coûts de transaction dans un second temps.

| Application | Type de MOEA (MultiObjective Evolutionary Algorithm) |
|---|---|
| Optimisation de portefeuille d'investissement | NSGA (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm) |
| | Algorithme Génétique combiné à une fonction d'agrégation |
| | Recherche locale personnalisé, Recherche Tabou et algorithme génétique combinés à une fonction d'utilité additive globale |
| Séries temporelles financières | NPGA (Niche Pareto Genetic Algorithm) |
| Classement d'actions | Algorithme génétique combiné à une fonction d'agrégation |
| Gestion de prêt bancaire | NSGA-2 |
| Modèles économiques | Algorithme génétique combiné à une approche de programmation objectif pondéré |

Aperçu de quelques applications en finance

- L'algorithme NSGA, bien que performant par rapport à d'autres méthodes d'optimisation plus classiques comme la programmation quadratique, a souvent fait l'objet de 3 principales critiques :
 1. Une **complexité de calcul** trop importante : Sa complexité de calcul est de $O(MN^3)$ (où M est le nombre d'objectifs et N est la taille de la population), principalement due à l'algorithme de tri exécuté à chaque génération.
 2. Un **manque d'élitisme** : Résultats de recherche ont montré que l'élitisme peut accélérer significativement la performance d'un algorithme génétique et permet également d'éviter la perte de bonnes solutions une fois celle-ci trouvée par le programme.
 3. **Besoin de spécification d'un paramètre de croisement** : Pour les besoins de diversification de la population initiale un paramètre de croisement doit être spécifié, seulement il n'est pas évident de calibrer ce paramètre de manière optimale, d'où l'intérêt d'un modèle ne nécessitant pas de spécification de paramètre.

- Dans le cadre de l'étude réalisée par Périclès Actuarial, la version retenue est la version évoluée de l'algorithme NSGA qui corrige les principales critiques soulevées précédemment. Cette version, appelée **NSGA-2**, a été proposée par Deb et al. [2002] qui ont démontré une meilleure performance de cet algorithme face à d'autres techniques d'algorithmes évolutionnaires en terme de diversité de l'ensemble des solutions et de sa Pareto convergence.



Le schéma ci-contre représente la procédure suivie pour réaliser l'optimisation de l'allocation d'actif à l'aide d'un algorithme génétique élitiste et non dominé évolué (NSGA-2) qui permet une plus grande exhaustivité dans la recherche de solutions optimales tout en préservant une complexité calculatoire acceptable.