



# Diversification du portefeuille d'actifs traditionnel d'un organisme assureur avec des instruments financiers alternatifs sous Solvabilité 2

Cas des Hedge Funds

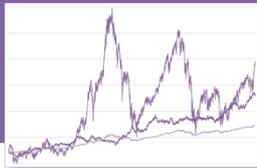
Janvier 2016



- 1. Introduction**
- 2. Cadre méthodologique et études préliminaires**
- 3. Analyse des résultats**
- 4. Conclusion**

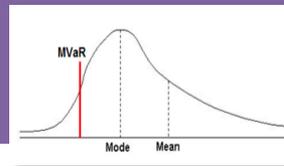
- Depuis 1er janvier 2016, les institutionnels sont soumis à la Directive Solvabilité 2. Dans ce cadre, ils calculent leur exigence en matière de fonds propres, en particulier à l'actif de leur bilan (SCR Marché). Ainsi, l'allocation optimale de l'assureur doit prendre en compte aussi bien le risque et rendement du portefeuille que son SCR Marché.

## Rendement



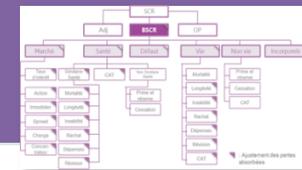
- Performance économique moyenne annualisée.

## Risque



- Modified VaR (VaR de Cornish Fisher).

## SCR



- SCR Marché sous la formule standard.

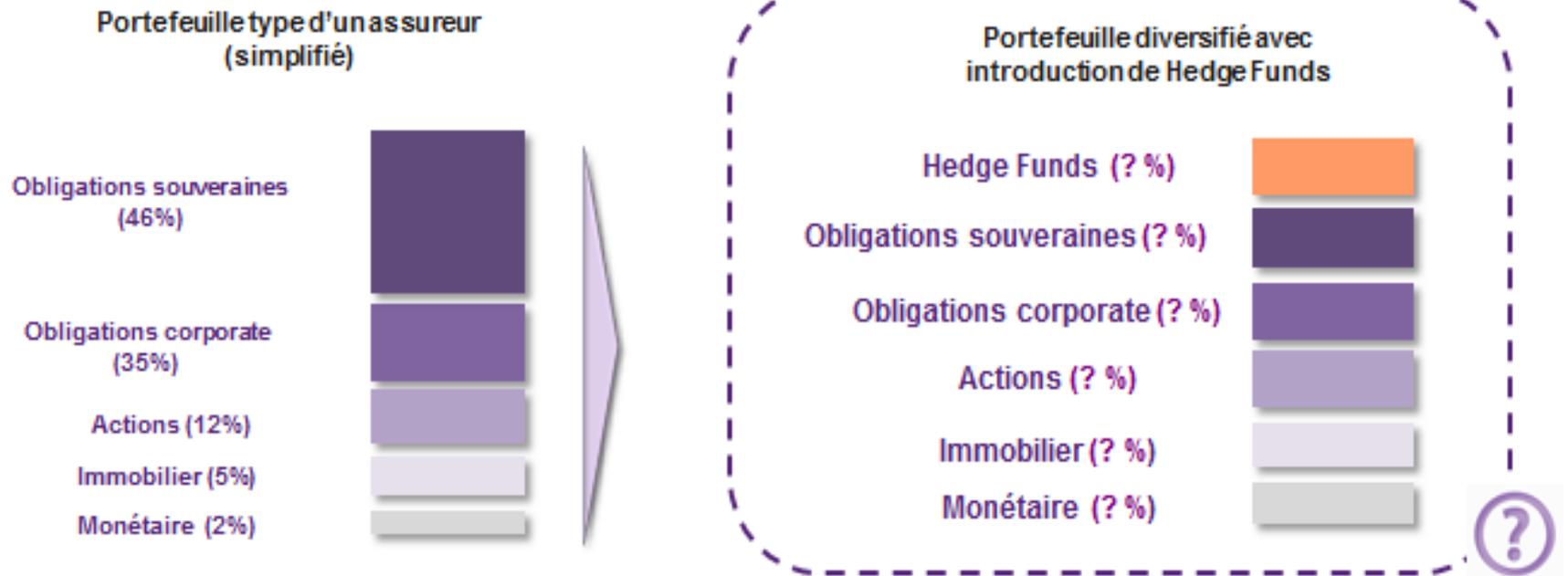
## 1. Introduction

## 2. Cadre méthodologique et études préliminaires

## 3. Analyse des résultats

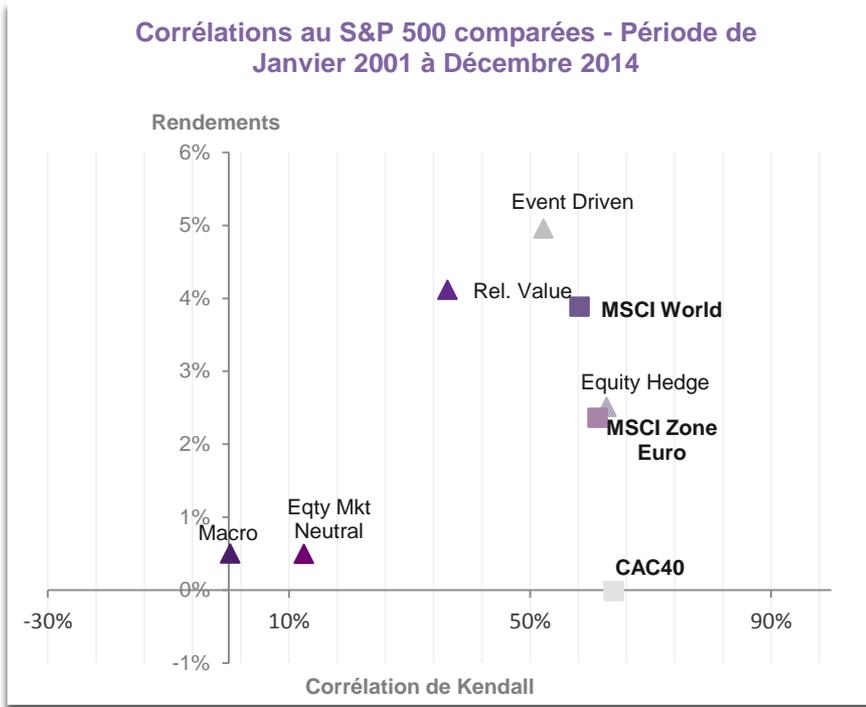
## 4. Conclusion

# Démarche méthodologique

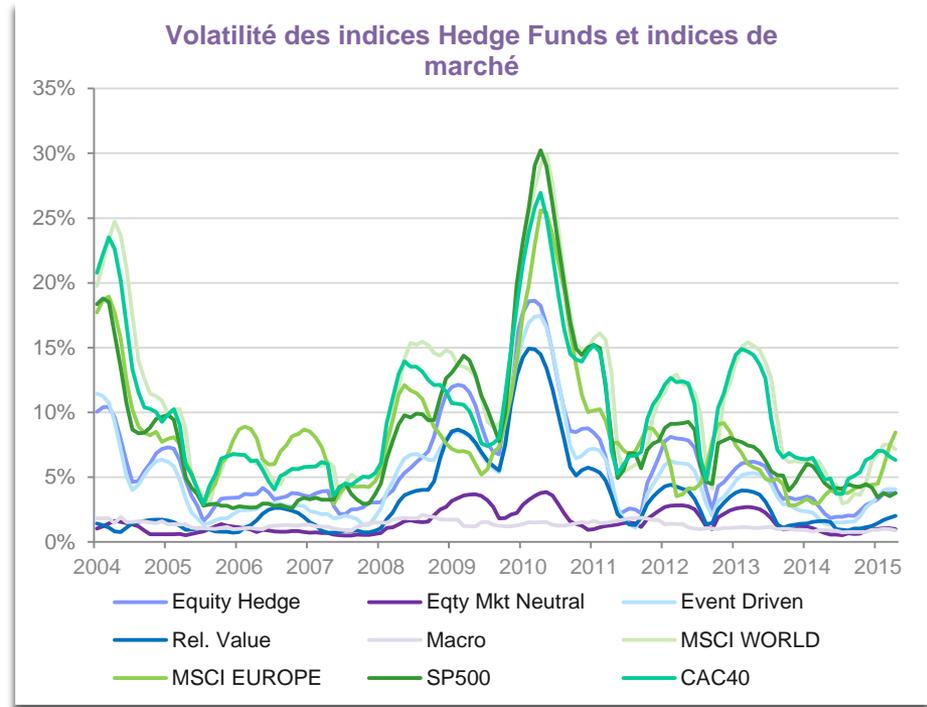


# Etude d'un instrument de diversification de portefeuille : Propriétés des Hedge Funds

- Faible corrélation au marché



- Volatilité limitée



- Asymétrie et *Fat Tails*

	Skewness	Kurtosis
Relative Value	-0,84	3,81
Macro	0,35	0,36
Event Driven	-0,65	0,85
Equity Hedge	-0,74	1,07

## Optimisation Multiobjectif

- Optimisation simultanée de plusieurs objectifs
- Solutions compromis

## Approche Pareto

- Structure de préférence
- Front de Pareto

## Algorithme Génétique

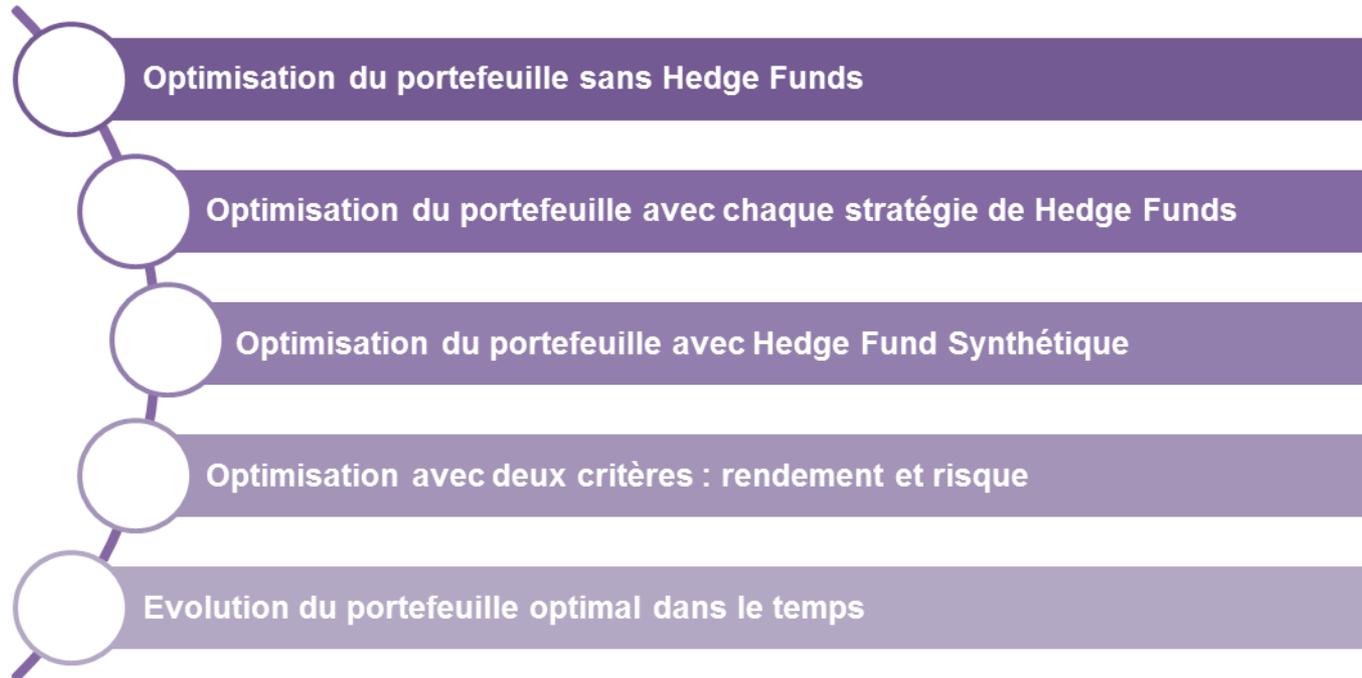
- Résolution de problèmes complexes
- Ajustement à l'allocation d'actifs

## Programme d'optimisation

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Min}_x \quad f(x) = \begin{pmatrix} -f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{pmatrix} \\
 \\
 \text{Sous contraintes :} \\
 \\
 \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\
 \\
 Dur_{actif(x)} \leq Dur_{passif} - \varepsilon \\
 \\
 0 \leq x_i \leq 1
 \end{array} \right.$$

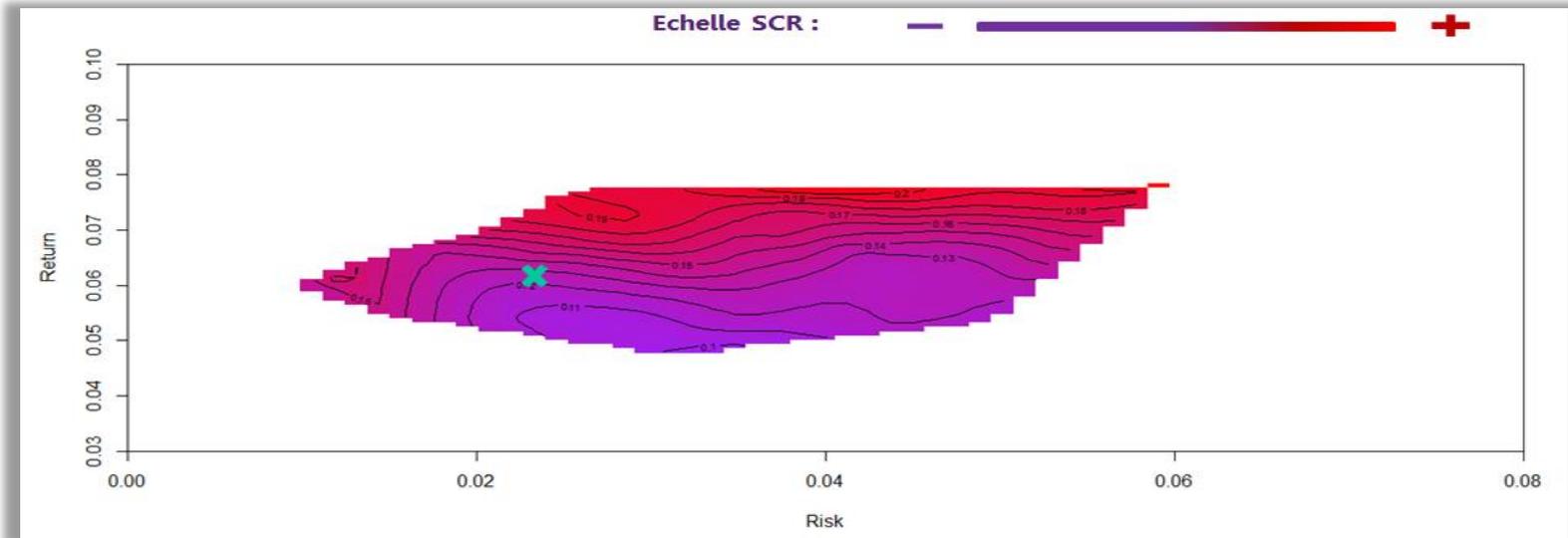
1. Introduction
2. Cadre méthodologique et études préliminaires
3. Analyse des résultats
4. Conclusion

# Structure de l'analyse des résultats

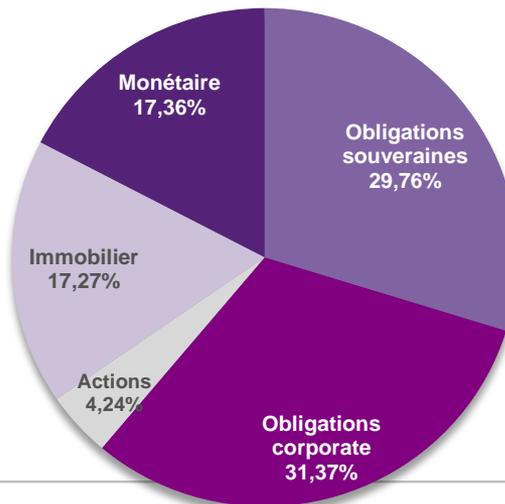


# Portefeuille sans Hedge Funds optimisé

- Ce Front Pareto représente l'ensemble des allocations optimales pour le portefeuille d'assureur sans introduction de Hedge Funds.

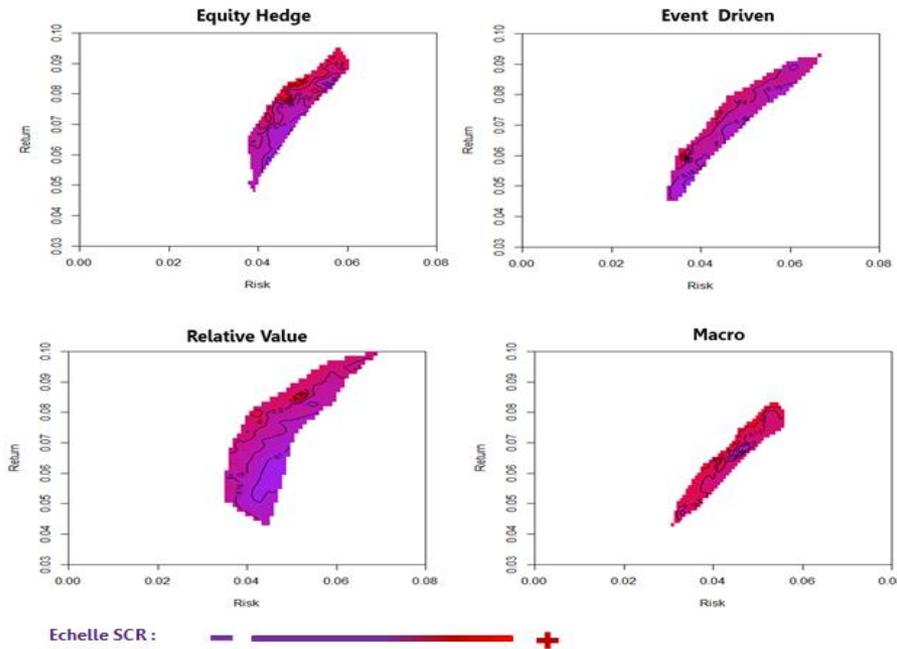


- Part importante allouée aux actifs immobiliers et monétaires
- Faible part allouée aux actions
- Impact de l'introduction du SCR comme critère d'optimisation est matériel: les classes d'actifs qui nécessitent moins de besoin en fonds propres sont plus présentes.



Oblig_souveraines	16,36%
Oblig_Corporate_IG	13,72%
Oblig_Corporate_HY_Euro	4,75%
Oblig_Corporate_HY	8,47%
Actions_Euro	3,93%
Actions_Monde	0,30%
Immobilier	17,27%
Oblig_souv_LT	13,40%
Oblig_Corpo_CT	4,43%
Monétaire	17,36%
Rendement	6,09%
Risque	2,54%
SCR*	12,61%

- Les Fronts Pareto des portefeuilles contenant les stratégies de Hedge Funds et les allocations optimales obtenues montrent qu'il existe une réelle disparité entre les portefeuilles selon la stratégie introduite.



	Equity Hedge	Macro	Event Driven	Relative Value
Oblig_souveraines	10,50%	7,62%	14,01%	20,42%
Oblig_Corporate_IG	12,61%	14,64%	14,59%	11,87%
Oblig_Corporate_HY_Euro	8,68%	12,94%	10,23%	9,86%
Oblig_Corporate_HY	3,43%	0,77%	0,28%	2,86%
Actions_Euro	2,54%	6,84%	3,09%	5,50%
Actions_Monde	2,70%	2,14%	2,75%	5,57%
Immobilier	13,35%	15,11%	2,89%	0,47%
Alternatif – Stratégie HF	2,83%	1,24%	10,56%	3,56%
Oblig_souv_LT	14,60%	9,67%	13,77%	6,85%
Oblig_Corpo_CT	14,29%	13,57%	15,80%	22,14%
Monétaire	14,46%	15,46%	12,03%	10,88%
Rendement	6,93%	6,67%	5,82%	5,63%
Risque	4,58%	4,37%	3,78%	4,02%
SCR*	12,41%	12,90%	13,36%	12,91%

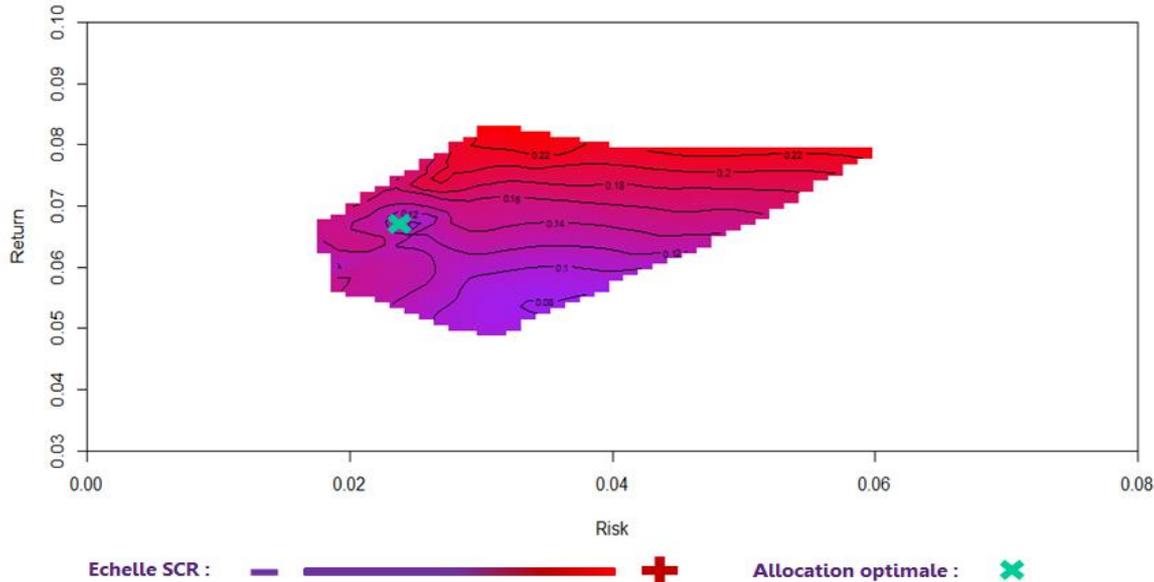
➔ A partir des résultats obtenus, il serait intéressant de combiner l'ensemble de ces stratégies de manière judicieuse au vu des trois critères d'optimisation pour créer un indice synthétique global.

# Analyse des allocations optimales selon les critères d'optimisation retenus

- Afin de mieux analyser les relations existantes entre les variables constituant les critères d'optimisation et les allocations optimales retenues, on effectue une Analyse en Composantes Principales (ACP). Les variables qui sont utilisées dans la construction du plan factoriel sont le rendement, le risque et le SCR de chaque portefeuille optimisé.



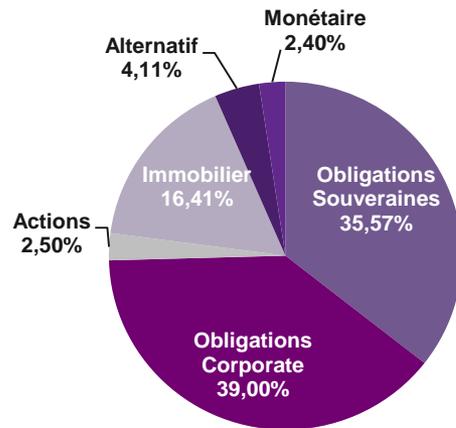
# Portefeuille optimisé avec introduction d'un indice Hedge Fund synthétique



- L'indice composite a été construit suivant une **répartition** basée sur les allocations optimales obtenues par stratégie.

Equity Hedge	15,56%
Macro	6,80%
Event Driven	58,07%
Relative Value	19,58%

- Surface du **front Pareto plus étendue** que celle des portefeuilles avec stratégies : niveaux de risque plus faibles
- Une **relation d'arbitrage entre risque et SCR** transparait sur le graphique ci-contre.



Rendement	6,52%
Risque	2,34%
SCR	12,77%

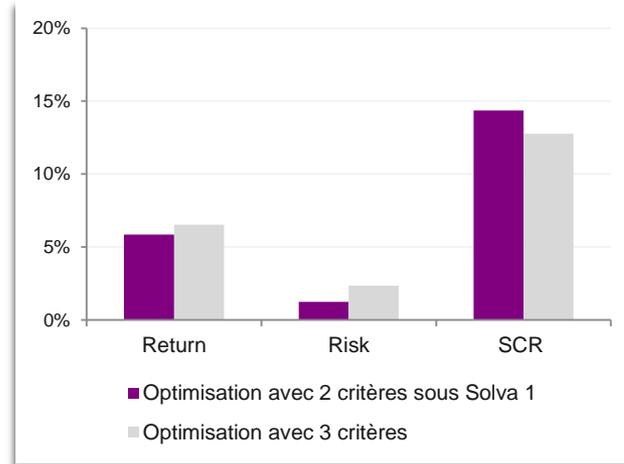
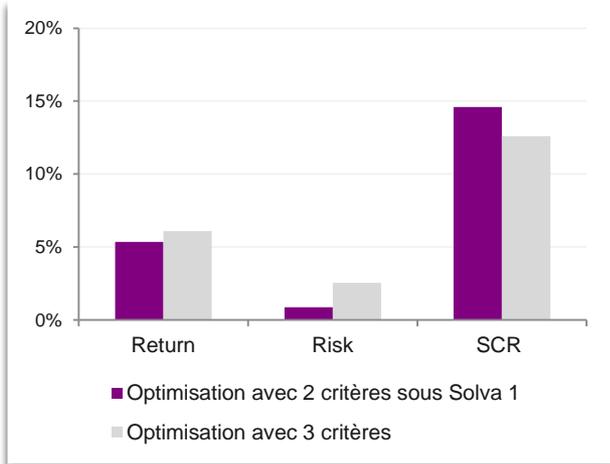
	Equity Hedge	Macro	Event Driven	Relative Value
Rendement	6,93%	6,67%	5,82%	5,63%
Risque	4,58%	4,37%	3,78%	4,02%
SCR	12,41%	12,90%	13,36%	12,91%

- La diversification de stratégies effectuée a eu pour résultat de **baisser le risque**, (plus faible que tous les risques des portefeuilles optimaux **par stratégies**).
- On peut observer également que, comparé au portefeuille optimal **sans Hedge Funds**, ce portefeuille présente un **risque plus faible** pour un **rendement plus important**.

## Sans Hedge Funds

## Avec Hedge Fund synthétique

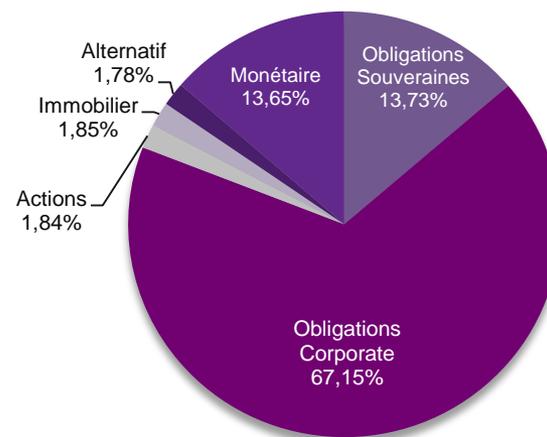
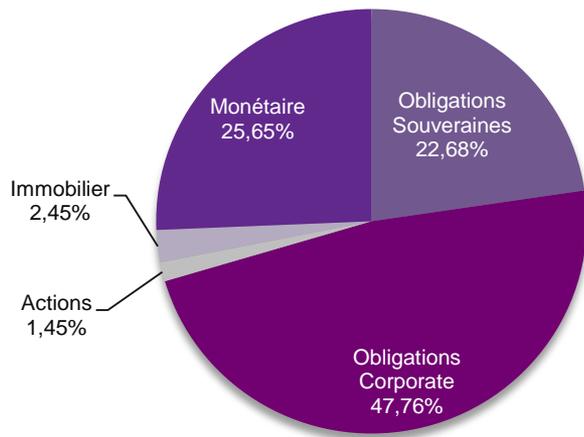
Evaluation des portefeuilles



→ Malgré l'absence des règles de dispersion le risque du portefeuille est maîtrisé en combinant les 3 critères.

→ L'optimisation des trois objectifs permet d'obtenir une performance de portefeuille plus élevée et un SCR plus faible.

Allocations optimales sous Solva 1

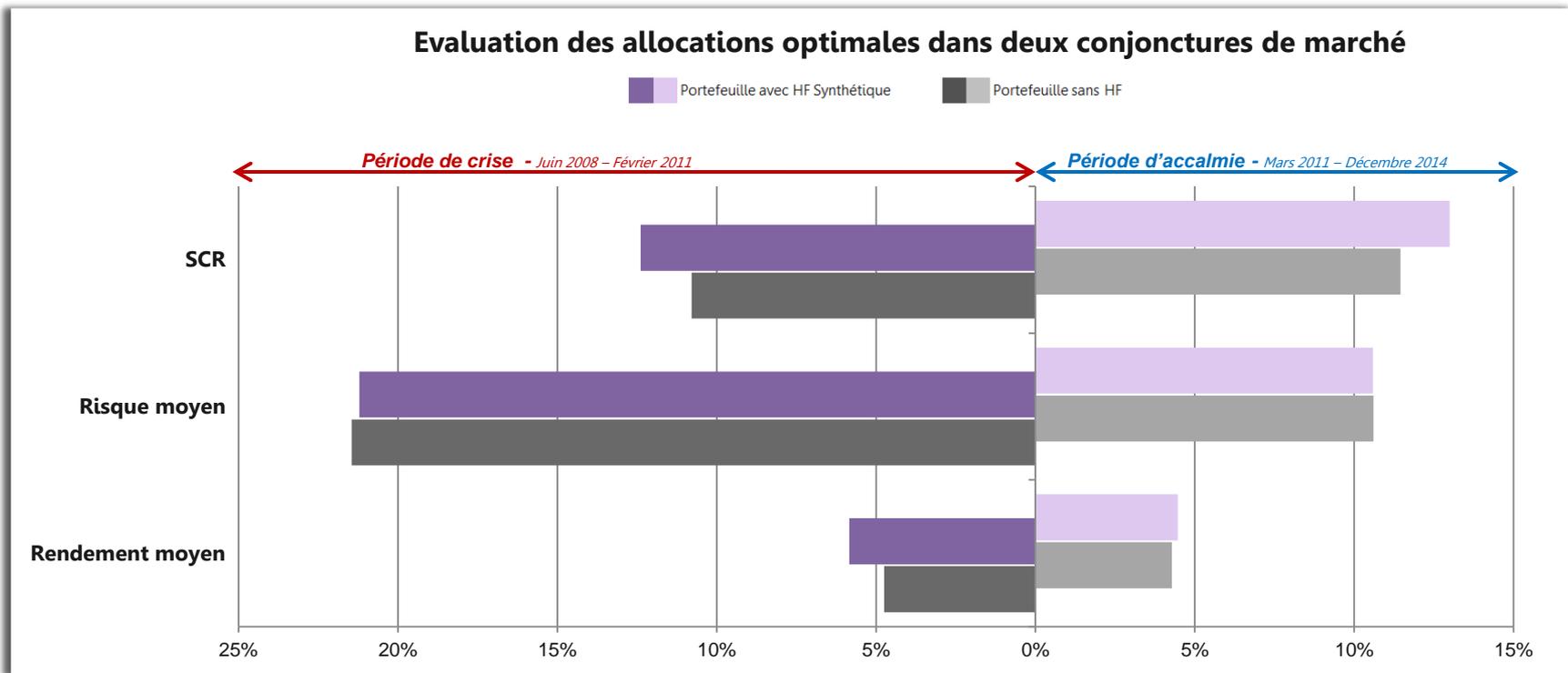


→ On constate qu'une part très importante est allouée aux obligations, à cause des contraintes Solvabilité 1.

→ Une allocation qui est optimale pour les objectifs de Solvabilité 2 ne l'est pas nécessairement dans le cadre de Solvabilité 1 et inversement.

# Evolution des allocations optimales dans le temps : Impact de la diversification du portefeuille avec les Hedge Funds

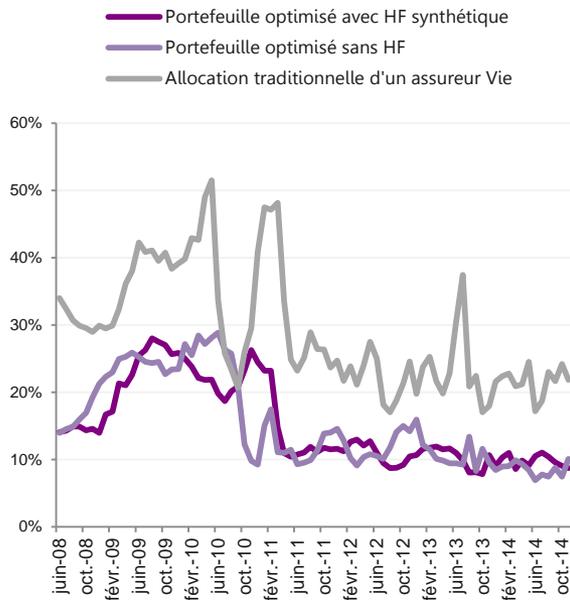
- Les indicateurs montrent que le portefeuille contenant l'indice de Hedge Funds synthétique a été plus performant que le portefeuille sans Hedge Funds en dépit d'une conjoncture économique défavorable. Le risque moyen du portefeuille sur les deux périodes est également plus faible pour le portefeuille contenant des Hedge Funds.



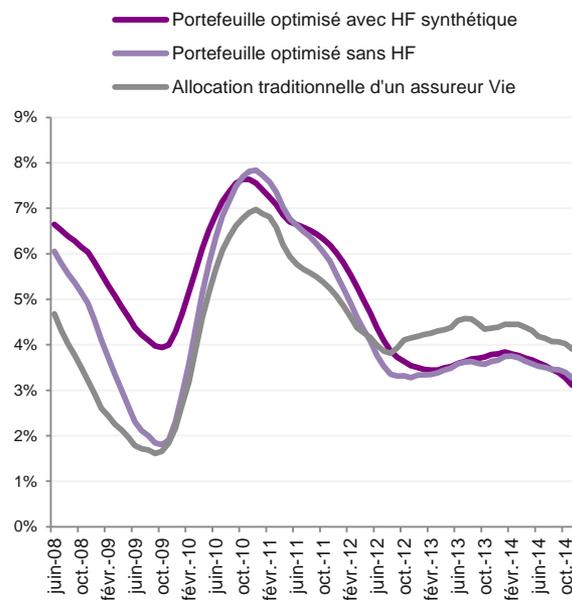
# Evolution des allocations optimales dans le temps : comparées à l'allocation traditionnelle d'un assureur Vie

- La répartition traditionnelle des placements d'une compagnie d'assurance Vie présente un niveau de risque supérieur et plus volatil comparé aux portefeuilles optimisés (avec et sans HF).
- L'allocation traditionnelle a aussi une performance économique plus faible et un SCR marché qui se situe en tout point au dessus du SCR marché du portefeuille optimisé sans *Hedge Funds*.
- La performance du portefeuille traditionnelle paraît être pro-cyclique puisqu'elle sous performe les portefeuilles optimisés en période de crise et les surperforme en période d'accalmie.

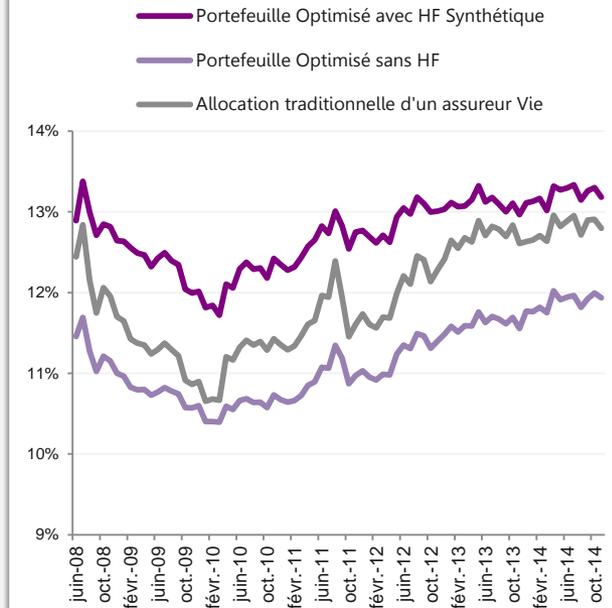
### Risque



### Rendement

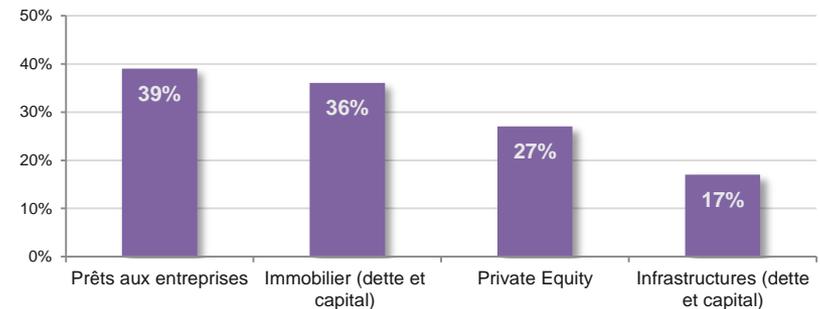


### SCR Marché



- **La diversification a le vent en poupe** : Il existe un regain d'intérêt pour de nombreux investissements alternatifs (Immobilier, Non coté, Infrastructures...) de la part des assureurs qui y recherchent une performance plus élevée et une faible corrélation au marché.

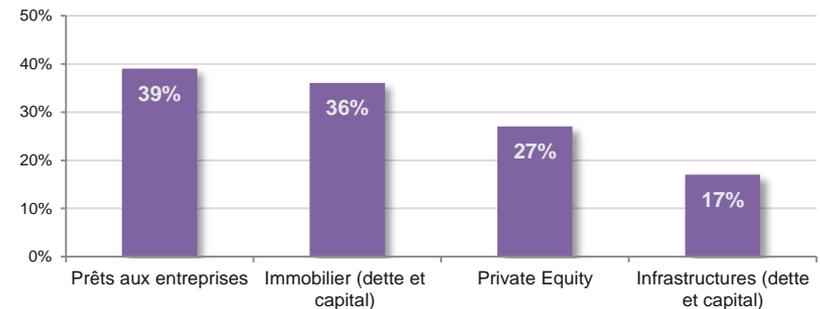
Part des assureurs qui prévoient d'augmenter leurs investissements en Non-Coté dans les 12 à 24 prochains mois\*



- **La diversification des risques dans le cadre de la réglementation prudentielle** : de l'opportunité d'innovation à la menace du risque systémique.
- Le **choix des critères d'allocation** doit prendre en compte l'ensemble des **spécificités de l'investisseur** : l'introduction de l'exigence de fonds propres n'est pas suffisante pour déterminer une stratégie d'investissement efficace pour chaque assureur. Il est nécessaire de la combiner avec d'autres paramètres de décision (appétence aux risques, exigences au passif, volatilité du résultat...).

- **La diversification a le vent en poupe** : Il existe un regain d'intérêt pour de nombreux investissements alternatifs (Immobilier, Non coté, Infrastructures...) de la part des assureurs qui y recherchent une performance plus élevée et une faible corrélation au marché.

Part des assureurs qui prévoient d'augmenter leurs investissements en Non-Coté dans les 12 à 24 prochains mois\*



- **La diversification des risques dans le cadre de la réglementation prudentielle** : de l'opportunité d'innovation à la menace du risque systémique.
- Le **choix des critères d'allocation** doit prendre en compte l'ensemble des **spécificités de l'investisseur** : l'introduction de l'exigence de fonds propres n'est pas suffisante pour déterminer une stratégie d'investissement efficace pour chaque assureur. Il est nécessaire de la combiner avec d'autres paramètres de décision (appétence aux risques, exigences au passif, volatilité du résultat...).

# ANNEXES

- L'étude est menée sur un historique de données s'étalant de Janvier 1999 à Décembre 2014. Les indices de marché sélectionnés ont une périodicité mensuelle et les indicateurs utilisés (SCR, Rendement économique, Risque) sont calculés sur la base de 12 mois glissants à partir du 31/12/2000.

	Durée	Description
<b>Période de pré-calibrage</b>	<i>Janvier 1999 - Décembre 2000</i>	Données permettant, d'effectuer des tests préliminaires sur les fonctions utilisées et de calculer la matrice de corrélation utilisée pour la MVaR.
<b>Période de calibrage</b>	<i>Janvier 2001 – Mai 2008</i>	Données permettant de définir les allocations optimales via NSGA-2.
<b>Période de test – scénario de crise</b>	<i>Juin 2008 – Février 2011</i>	Données permettant de tester la robustesse des allocations en situation de crise.
<b>Période de test – Scénario « normal »</b>	<i>Mars 2011 – Décembre 2014</i>	Données permettant de tester la stabilité des allocations en situation de marché « normale ».

## Choix d'indices de référence

Les indices ont été sélectionnés de manière à représenter au mieux les caractéristiques principales de chaque classe d'actif du portefeuille de l'organisme assureur.

Les données relatives à chacun des indices retenus se devaient d'être de sources suffisamment exactes, exhaustives et appropriées pour répondre aux exigences calculatoires liées au calcul des différents sous-modules de risque du SCR Marché.

- Classes obligataires : Indices *Merrill Lynch – Bank of America Global Index System*
- Classes Actions : Indices *MSCI*
- Immobilier : Indice *EDHEC IEIF*
- Hedge Funds : Indices et sous indices *Hedge Funds Research (HFRI)*

# Traitement des Hedge Funds sous Solvabilité 2 en Formule Standard

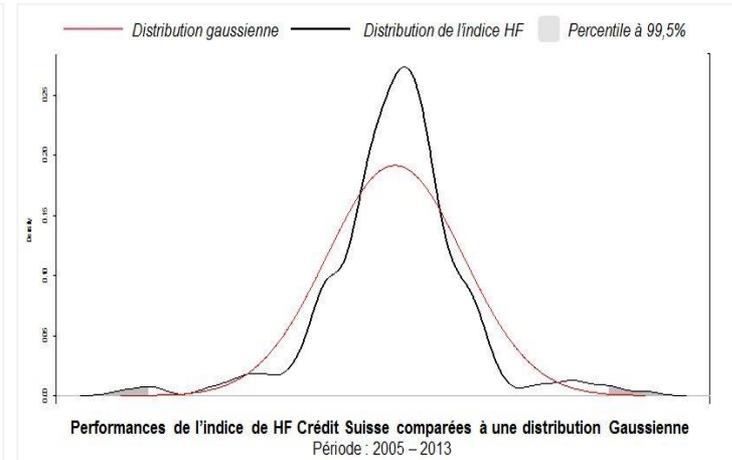
## ■ Calibrage et pertinence du choc Action type 2 de -49% pour les Hedge Funds

### • Pertinence de l'utilisation de la VaR 99,5% pour les hedge funds

- Le calcul de la VaR revient à déterminer le quantile d'ordre 0,995 d'une distribution normale. Or, **la distribution des rendements des Hedge Funds présente des propriétés spécifiques qui ne permettent pas de l'assimiler à une gaussienne**. Notamment, les queues de distribution épaisses illustrent l'inadéquation d'un calcul de VaR pour ce type de rendements, le risque extrême est mal estimé (cf. graphique ci-contre).
- Des mesures plus appropriées peuvent être utilisées pour de telles distributions : La **Modified VaR** (cf. annexes) ou la **VaR<sub>EVT</sub>** (Extreme Values Theory).

### • Pertinence de la valeur du choc

- La catégorie « Actions Type 2 » se compose de différents types d'instruments qui affichent des propriétés différentes. Le calibrage du choc à 49% se base sur une moyenne de l'ensemble des VaR de ces instruments par **souci de simplification** et à cause de « **la difficulté de diviser pratiquement les Actions Type 2 en plusieurs sous-catégories** ». (CEIOPS-DOC-65/10 – 3.61)
- Les **Hedge Funds** sont **la sous-catégorie qui souffre le plus de cette harmonisation** car si un choc spécifique devait y être appliqué il ne serait de pas plus de 25% (cf. encadré ci-contre).



Le calibrage effectué le CEIOPS\* pour l'application du choc de 49% montre une **grande hétérogénéité** parmi les catégories d'actifs qui constituent les actions type 2. Les **Hedge Funds affichent le niveau de choc le moins élevé de toutes les catégories**.

#### Calibration

3.58. Using non-parametric methodology in the same way as for the global equity class, we have analysed indices representative of the "other equities" category.

3.59. The results of this analysis, at the 99.5% empirical VaR level, are as follows:

Equity type	Index	Proposed Stress
Private Equity	LPX50 Total Return	-68.67%
Commodities	S&P GSCI Total Return Index	-59.45%
<b>Hedge Funds</b>	<b>HFRX Global Hedge Fund Index</b>	<b>-23.11%</b>
Emerging Markets	MSCI Emerging Markets BRIC	-63.83%

Source : CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II : Article 111 and 304 - Equity risk sub-module.

- Dans le cadre d'un problème d'optimisation multiobjectif, on considère deux espaces euclidiens :
  - L'espace de dimension  $n$  formé par les variables de décision dans lequel chaque axe correspond à une composante du vecteur  $x$ .
  - L'espace de dimension  $k$  des fonctions objectif, dans lequel chaque axe correspond à une fonction  $f_k(x)$ .Chaque point dans le premier espace représente une **solution possible** et correspond à un certain point dans le second espace qui détermine la **qualité de cette solution** à travers de la fonction objectif.
- La formulation d'un problème mono-objectif a été étendue pour représenter un problème avec plusieurs objectifs. Toutefois, il n'existe pas dans ce cadre une unique solution mais un ensemble de solutions qui répondent au problème. L'ensemble de ces solutions est identifié grâce à l'utilisation d'un critère de Pareto Optimalité.
- Il est à noter que les problèmes multiobjectif requièrent que le décideur réalise un choix de valeurs  $x_i$ . La sélection proposée est basée sur un compromis entre les différentes solutions de l'espace multiobjectif. En particulier, les problèmes multiobjectifs sont des problèmes où l'on cherche à optimiser  $k$  fonctions objectif simultanément. Ainsi, la résolution d'un problème multiobjectif se définit comme suit :

$x^{0(i)} = [x_1^{0(i)}, x_2^{0(i)}, \dots, x_n^{0(i)}]^T$  un vecteur de variables qui optimisent (minimisent ou maximisent) la  $i^{\text{ème}}$  fonction objectif  $f_i(x)$ . En d'autres termes, le vecteur  $x^{0(i)} \in \Omega$  est tel que :

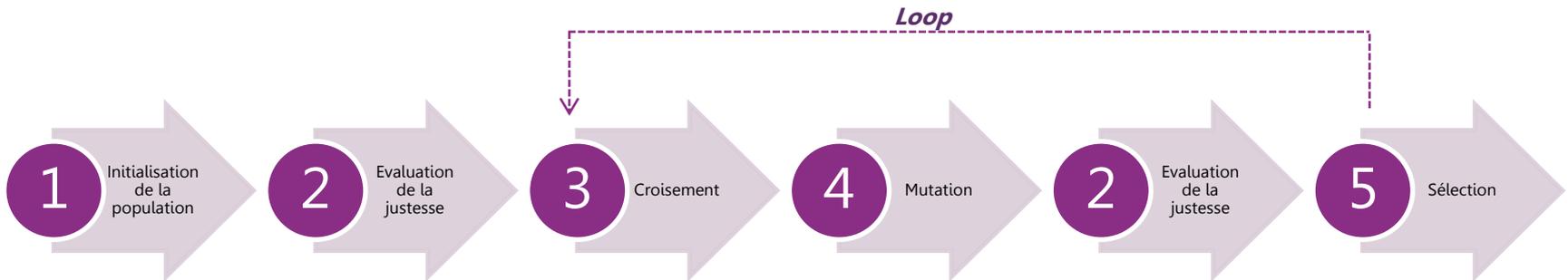
$$f_i(x^{0(i)}) = \underset{x \in \Omega}{\text{Opt}} f_i(x)$$

Alors, le vecteur  $f^0 = [f_1^0, f_2^0, \dots, f_k^0]^T$  (où  $f_i^0$  désigne l'optimum pour la  $i^{\text{ème}}$  fonction) est idéal pour un MOP, et le point dans  $\mathbb{R}^n$  qui détermine ce vecteur est la solution idéale, et par conséquent appelée le vecteur idéal. Ainsi, le vecteur idéal est celui qui contient l'optimum pour chaque objectif considéré séparément et qui se réalise dans le même point de  $\mathbb{R}^n$ .

- Une solution  $x \in \Omega$  est dite Pareto Optimale dans  $\Omega$  si et seulement si il n'existe aucun  $x' \in \Omega$  pour lequel  $v = F(x') = (f_1(x'), \dots, f_k(x'))$  domine  $u = F(x) = (f_1(x), \dots, f_k(x))$ .
  - Autrement dit,  $x^*$  est Pareto Optimal s'il n'existe aucun autre vecteur réalisable  $x$  qui pourrait baisser un critère sans causer la hausse d'au moins un autre critère (si on se place dans le cadre de la minimisation).
- Le concept de la Pareto Optimalité est essentiel pour la résolution de problèmes d'optimisation multiobjectifs. Par ailleurs, certaines notions qui y sont liées sont également indispensables pour la compréhension de ce type de problème :
  - **Pareto Dominance** : On dit qu'un vecteur  $u = (u_1, \dots, u_k)$  domine un autre vecteur  $v = (v_1, \dots, v_k)$  (noté  $u \succcurlyeq v$ ) si et seulement si  $u$  est partiellement inférieur à  $v$ . (cadre de la minimisation)
 
$$\text{i.e., } \forall i \in \{1, \dots, k\}, u_i \leq v_i \wedge \exists i \in \{1, \dots, k\} : u_i < v_i$$
  - **L'ensemble Pareto Optimal** : Soit un MOP,  $F(x)$ , l'ensemble Pareto Optimal  $P^*$  est défini par :
 
$$P^* := \{x \in \Omega \mid \exists x' \in \Omega \ F(x') \leq F(x)\}.$$
- Les solutions Pareto optimales sont les solutions de l'espace de décision qui correspondent à un vecteur dont les composantes ne peuvent pas être améliorés simultanément. Ces solutions sont également appelées *solutions efficaces*. Les vecteurs correspondant sont qualifiés de non-dominés (*nondominated*). L'ensemble des vecteurs non-dominés forment ainsi le Front de Pareto  $FP^*$ , qui se définit formellement par :

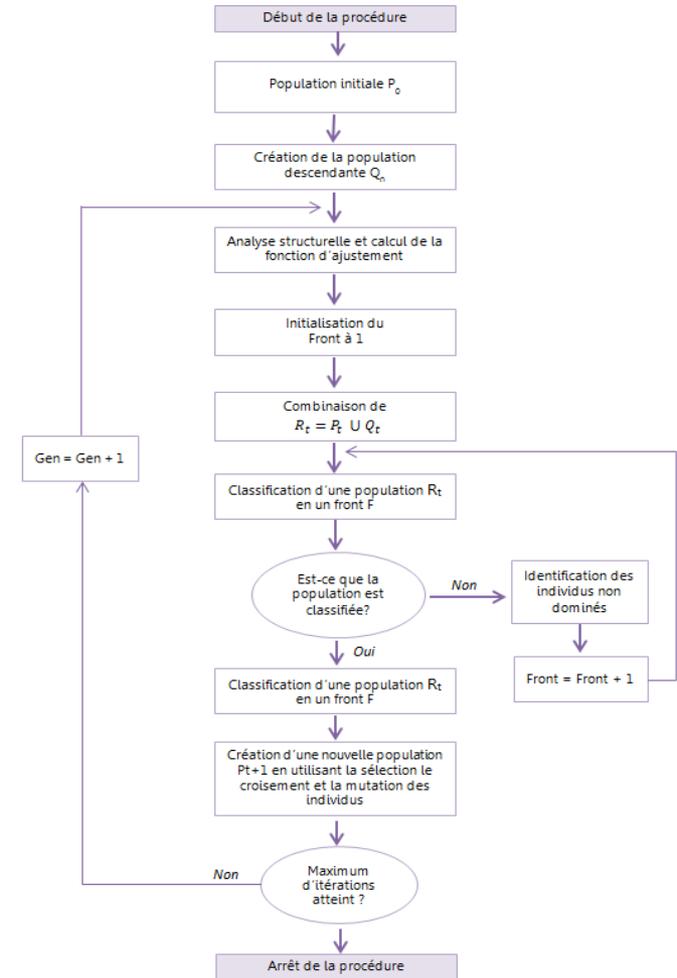
$$FP^* := \{u = F(x) \mid x \in P^*\}$$

- Comme on pourrait l'observer dans l'environnement naturel, les opérateurs d'évolution interviennent sur une population d'un algorithme évolutionnaire pour générer des solutions de plus en plus ajustées. Les trois opérateurs les plus importants associés aux algorithmes génétiques sont les opérateurs de mutation, croisement et sélection.



- Le schéma ci-dessus représente la décomposition séquentielle d'un algorithme génétique classique. Lorsqu'on se place dans le cadre d'un algorithme multiobjectif, la décomposition est similaire sauf pour l'étape 2 où l'évaluation de la justesse (fitness) implique dans ce cas l'ajustement d'un vecteur de  $k$  fonctions au lieu d'une seule fonction d'ajustement.

- L'algorithme NSGA, bien que performant par rapport à d'autres méthodes d'optimisation plus classiques comme la programmation quadratique, a souvent fait l'objet de 3 principales critiques :
  1. Une **complexité de calcul** trop importante : Sa complexité de calcul est de  $O(MN^3)$  (où  $M$  est le nombre d'objectifs et  $N$  est la taille de la population), principalement due à l'algorithme de tri exécuté à chaque génération.
  2. Un **manque d'élitisme** : Résultats de recherche ont montré que l'élitisme peut accélérer significativement la performance d'un algorithme génétique et permet également d'éviter la perte de bonnes solutions une fois celle-ci trouvée par le programme.
  3. **Besoin de spécification d'un paramètre de croisement** : Pour les besoins de diversification de la population initiale un paramètre de croisement doit être spécifié, seulement il n'est pas évident de calibrer ce paramètre de manière optimale, d'où l'intérêt d'un modèle ne nécessitant pas de spécification de paramètre.
- Dans le cadre de l'étude réalisée, la version retenue est la version évoluée de l'algorithme NSGA qui corrige les principales critiques soulevées précédemment. Cette version, appelée NSGA-2, a été proposée par Deb et al. [2002] qui ont démontré une meilleure performance de cet algorithme face à d'autres techniques d'algorithmes évolutionnaires en terme de diversité de l'ensemble des solutions et de sa Pareto convergence.



Le schéma ci-contre représente la procédure suivie pour réaliser l'optimisation de l'allocation d'actif à l'aide d'un algorithme génétique élitiste et non dominé évolué (NSGA-2) qui permet une plus grande exhaustivité dans la recherche de solutions optimales tout en préservant une complexité calculatoire acceptable.